CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE SANTA CATARINA
UNIDADE JOINVILLE
DEPARTAMENTO DE DESENVOLVIMENTO DE ENSINO
CURSO TÉCNICO EM ELETROELETRÔNICA

ELETRICIDADE

Profª. Bárbara Taques

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 2
CAPÍTULO 1 – GRANDEZAS ELÉTRICAS 3
1.1 TENSÃO 3
1.2 CORRENTE ELÉTRICA 4
1.3 POTÊNCIA ELÉTRICA 4
CAPÍTULO 2 – ELEMENTOS ATIVOS E PASSIVOS 7
2.1 FONTES DE TENSÃO E CORRENTE 7
2.2 LEI DE OHN PARA CORRENTE CONTÍNUA 8
2.2 RESISTÊNCIA ELÉTRICA 9
2.3 EQUIVALENTES PARA CIRCUITOS RESISTIVOS EM SÉRIE E/OU PARALELO 10
CAPÍTULO 3 – LEIS DE KIRCHHOFF 13
3.1 LEI DE KIRCHHOFF DAS CORRENTES 13
3.2 LEI DE KIRCHHOFF DAS TENSÕES 13
3.3 DIVISOR DE TENSÃO 16
3.4 DIVISOR DE CORRENTE 17
CAPÍTULO 4 – MÉTODOS DE ANÁLISE DE CIRCUITOS 20
4.1 ANÁLISE DE MALHAS 20
4.2 ANÁLISE NODAL 24
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 29

CAPÍTULO 1 – GRANDEZAS ELÉTRICAS

1.1 TENSÃO

Uma partícula (carga pontual) qualquer, carregada, que é representada pela letra q (valor variável) ou Q (valor constante), e tem como unidade Coulomb* (C), possui uma *energia potencial* interna (U), dada como a capacidade desta partícula em realizar trabalho.

Os átomos que compõem um material condutor possuem elétrons livres, os quais podem mover-se aleatoriamente. Se provocarmos uma força eletromotriz entre os terminais A e B de um elemento, um trabalho é realizado sobre estas cargas, e sua energia potencial é alterada, causando uma diferença de energia potencial entre os pontos A e B.

$$W_{a\to b} = U_a - U_b$$

Este trabalho realizado para mover uma unidade de carga (+1C) através de um elemento, de um terminal a outro, é conhecido como *diferença de potencial*, ou *tensão* (v ou V) "sobre" um elemento, e sua unidade é conhecida como *volt* (V) e dada como 1J/C.

$$\frac{W_{a\to b}}{q} = V_{ab}$$

A convenção de polaridade (+, -) usada, é mostrada na figura 1.1. Ou seja, o terminal A é V volts positivos em relação ao terminal B. Em termos de diferença de potencial, o terminal A está v volts acima do terminal B.

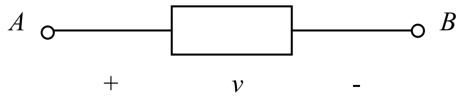


Fig. 1.1 – Convenção da polaridade da tensão

Com referência à figura 1.1, uma queda de tensão de V volts ocorre no movimento de A para B. Por outro lado, uma elevação de V volts ocorre no movimento de B para A.

Como exemplos, nas figuras 1.2 (a) e (b) existem duas representações da mesma tensão. Em (a), o terminal A está +2 V acima do terminal B e em (b) o terminal B está –2 V acima do terminal A (ou +2 V abaixo de A).

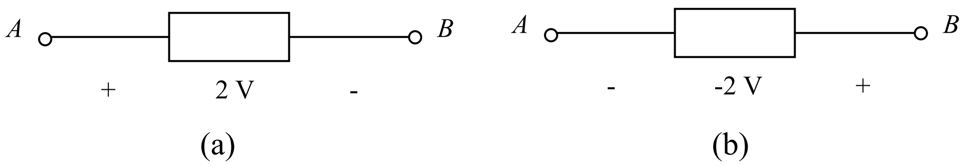


Fig. 1.2 – Duas representações equivalentes da tensão

Outra forma de designar o potencial elétrico é empregar a notação de sub-índice duplo para V, do ponto a com relação ao ponto b. Neste caso, geralmente $V_{ab} = -V_{ba}$.

[*] A carga de 1C possui $6{,}24\text{x}10^{18}$ elétrons.

1.2 CORRENTE ELÉTRICA

A Corrente Elétrica é o movimento de cargas elétricas, e é denotada pelas letras *i* (para corrente variável) ou *I* (para corrente constante).

Em um fio condutor existe um grande número de elétrons livres. Estes elétrons estando sob a ação de uma força elétrica, sendo eles livres, entrarão imediatamente em movimento. Como os elétrons possuem carga negativa, este movimento terá sentido do terminal negativo para o positivo. Porém, durante o século VIII, Benjamin Franklin estabeleceu, por convenção, a corrente elétrica como o movimento de cargas positivas, portanto trafegava do positivo para o negativo. Hoje, sabendo que o movimento é feito pelas cargas negativas e não positivas, é importante distinguir a corrente *convencional* (o movimento de cargas positivas), que é usada na teoria de redes elétricas, e a corrente *eletrônica*.

Formalmente, corrente é a taxa de variação no tempo da carga e é dada por:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Sua unidade básica é o ampère (A), que é igual a 1 coulomb por segundo:

$$1A = \frac{1C}{s}$$

1.3 POTÊNCIA ELÉTRICA

Quando há transferência de cargas através de um elemento, uma quantidade de energia é *fornecida* ou *absorvida* por este elemento. Se uma corrente positiva entra no terminal positivo, então uma força externa deve estar excitando a corrente, logo entregando energia ao elemento. Neste caso, o elemento está absorvendo energia. Se por outro lado, uma corrente positiva sai pelo terminal positivo (entra pelo negativo), então o elemento está *fornecendo* energia ao circuito externo.

Se a tensão através do elemento é v e uma pequena carga Δq se move através do elemento do terminal positivo para o terminal negativo, então a energia absorvida pelo elemento Δw, é dada por:

$$\Delta w = v \Delta q$$

Considerando agora, a velocidade com que o trabalho é executado, ou a energia w é dissipada, pode-se dizer que:

$$\frac{\Delta w}{\Delta t} = v \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Visto que, por definição, a velocidade com que uma energia é dissipada é a potência, denotada por p, tem-se que:

$$p = \frac{\Delta w}{\Delta t} = vi$$

Pode-se observar que, as unidade de v e i, já vistas anteriormente são dadas por J/C e C/s, respectivamente, resultando com sua multiplicação em W=(J/C)(C/s)=J/s, que é a unidade de potência vista no capítulo 1.

Então, como pode se observar na figura 1.3, o elemento está absorvendo energia, dada por $p=vi$. Se a polaridade de v ou a de i for invertida, então o elemento estará entregando potência para o circuito externo.

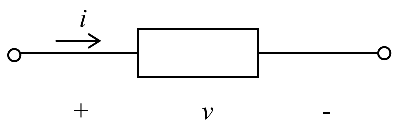


Fig. 1.3 – elemento típico com tensão e corrente.

EXERCÍCIOS

1. Se a diferença de potencial entre dois pontos é 42V, qual o trabalho necessário para levar 6C de um ponto a outro?

2. Supondo que uma carga positiva $q=2.10^{-7}$ C se desloque de um ponto A para um ponto B, e que o trabalho realizado pela força elétrica, sobre ela, seja $W_{AB}=5.10^{-3}$ J. Qual a diferença de potencial V_{AB} entre A e B?

3. Calcular o valor da carga Q que precisa de 96J de energia para ser movida ao longo de uma diferença de potencial de 16V.

4. Uma diferença de potencial entre dois pontos A e B é dada por V_{AB}=-3V, qual é tensão dada por $-V_{BA}$?

5. A carga total que entra por um terminal de um elemento é dada por:
   a. $q=(3t+1)$ μC
   b. $q=(2t)$ mC
   c. q=(5t+3) μC

Calcule o valor da corrente i entre t_1=1s e t_2=4s.

6. Supondo que a fosse possível contar ao número de elétrons que passam através de uma secção de um condutor no qual se estabeleceu uma corrente elétrica. Se durante um intervalo de tempo Δt=10s passam 2.10^{20} elétrons nesta secção, qual a intensidade da corrente (em ampère) que passa na secção do condutor?

7. A intensidade da corrente que foi estabelecida em um fio metálico é i=400mA. Supondo que esta corrente foi mantida, no fio, durante 10 minutos, calcule:
   a. A quantidade total da carga que passou através de uma secção do fio.
   b. O número de elétrons que passou através desta secção.

8. Considerando que o elemento da figura 1.3 esteja absorvendo uma potência de p=18mW, com uma corrente I passando por ele de 6mA, qual a tensão V entre seus terminais?

9. Com relação ao elemento da figura 1.3, qual a energia entregue à ele, entre 2 e 4s, se I=3A e V=6V?

10. Qual é a potência entregue por uma bateria de 6V se a taxa de fluxo de carga é 48C/min?

CAPÍTULO 2 – ELEMENTOS ATIVOS E PASSIVOS

Os elementos de um circuito, estudados até aqui, podem ser classificados em duas categorias gerais, elementos passivos e elementos ativos, considerando se a energia é fornecida *para* ou *por* eles. Portanto, um elemento é dito passivo se a energia total entregue a ele pelo resto do circuito é sempre positiva. Isto é:

$$\Delta W = V.I.\Delta t \geq 0$$

As polaridades de V e de I são como mostradas na figura 2.3. Como será estudado posteriormente, exemplo de elementos passivos são resistores, capacitores e indutores. Já exemplos de elementos ativos são geradores, baterias, e circuitos eletrônicos que requerem uma fonte de alimentação.

2.1 FONTES DE TENSÃO E CORRENTE

Uma fonte independente de tensão é um elemento de dois terminais, como uma bateria ou um gerador, que mantém uma dada tensão entre seus terminais. A tensão é completamente independente da corrente fornecida. O símbolo para uma fonte de tensão que tem V volts entre seus terminais é mostrado na figura 2.4. A polaridade é como mostrada, indicando que o terminal a está V volts acima do terminal b. Desta forma, se $V>0$, então o terminal a está num potencial maior que o terminal b. Já se, $V<0$, quer dizer que o terminal b está num potencial maior que o terminal a.

Na figura 2.4, pode-se observar dois símbolos que podem ser empregados para representar uma fonte de tensão com valor constante. Pode-se observar que as indicações de polaridade na figura 2.4 (b) são redundantes, visto que a polaridade pode ser definida pela posição dos traços curtos e longos.

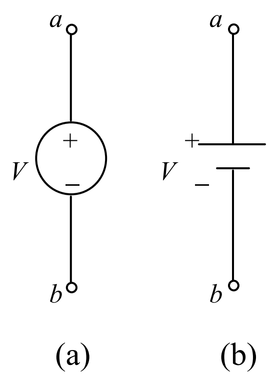


Fig. 2.4 – Fonte de tensão independente.

Uma fonte de corrente independente é um elemento de dois terminais através do qual flui uma corrente de valor especificado. O valor da corrente é independente da tensão sobre o elemento. O símbolo para uma fonte de corrente independente é mostrado na figura 2.5, onde I é a corrente especificada. O sentido da corrente é indicado pela seta.

Fontes independentes são usualmente empregadas para fornecer potência ao circuito externo e não para absorvê-la. Desta forma, se V é a tensão entre os terminais da fonte, e se sua corrente I está saindo do terminal positivo, então a fonte estará fornecendo uma potência, dada por $P=VI$, para o circuito externo. De outra forma, estará absorvendo energia.

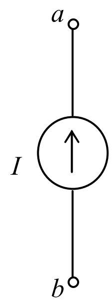


Fig. 2.5- Fonte independente de corrente

As fontes que foram apresentadas aqui, bem como os elementos de circuito a serem considerados posteriormente, são elementos ideais, isto é, modelos matemáticos que se aproximam de elementos físicos reais apenas sob certas condições.

2.2 LEI DE OHN PARA CORRENTE CONTÍNUA

Em 1827, George Simon Ohm demonstrou com uma fonte de FEM (Força Eletromotriz) variável ligada a um condutor que à medida que variava a tensão sobre o condutor variava também a intensidade de corrente que circulava no mesmo. Em seus registros, Ohm percebeu que o quociente entre a tensão e a corrente, se mantinham constantes.

De acordo com a figura 2.1, se for aplicada uma tensão V no condutor, surge uma corrente I. Se esta tensão for variada para V_1, a corrente será I_1, e do mesmo modo se o valor de tensão mudar para V_2, a corrente será I_2, de tal maneira que:

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{V}{I} = \text{constante}$$

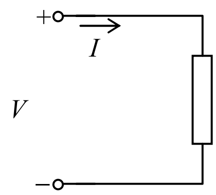


Fig. 2.1 – Relação tensão/corrente sobre um elemento

E a essa constante foi dado o nome de *resistência elétrica* e é representada pela letra R.

Portanto:

$$R = \frac{V}{I}$$

Onde:

I=intensidade de corrente em (A)

V=tensão elétrica em volts(V)

R=resistência elétrica em Ohms (Ω)

Então, resistência elétrica é o quociente entre a diferença de potencial e a corrente elétrica em um condutor. Os símbolos utilizados para representar resistência elétrica são mostrados na figura 2.2:

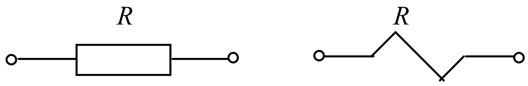


Fig. 2.2 – Símbolos utilizados para resistência elétrica

O inverso da resistência é uma grandeza chamada condutância. A condutância representa a facilidade que um condutor apresenta à passagem da corrente elétrica. É representado por *G* e sua unidade é o Siemens (S):

$$G = \frac{1}{R} \qquad R = \frac{1}{G}$$

2.2 RESISTÊNCIA ELÉTRICA

Todos os materiais possuem resistência elétrica, uns mais, outros menos. Inclusive os chamados bons condutores de eletricidade apresentam resistência elétrica, é claro de baixo valor. Os isolantes, por sua vez, por impedirem a passagem da corrente elétrica, são elementos que apresentam resistência muito alta.

Quanto ao significado físico de resistência elétrica, podemos dizer que advém da estrutura atômica do elemento em questão. Isso quer dizer que um material que possua poucos elétrons livres dificultará a passagem da corrente, pois essa depende dos elétrons livres para se processar (nos sólidos). No entanto, também os bons condutores de eletricidade apresentam uma certa resistência elétrica, apesar de terem elétrons livres em abundância. A explicação para essa oposição à passagem da corrente elétrica nesses materiais é que apesar de existirem elétrons livres em grande número, eles não fluem livremente pelo material. Ou seja, no seu trajeto, eles sofrem constantes colisões com os núcleos dos átomos, o que faz com que o seu deslocamento seja dificultado.

Em um condutor filamentar, a resistência depende basicamente de três fatores: do comprimento do fio, da área da seção transversal do fio, e do material. Experiências mostram que quanto maior o comprimento de um condutor, maior sua resistência e quanto maior a seção de um condutor, menor sua resistência. Também pode se provar que condutores de mesmo comprimento e mesma seção, mas de materiais diferentes, possuem resistências diferentes.

A Equação matemática que determina o valor da resistência em função do comprimento, da seção e do material é dada por:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}$$

Onde:

R=resistência elétrica do condutor em ohms (Ω)

l=comprimento do condutor em metros (m)

S=área da seção transversal em metros quadrados (m^2)

ρ=constante do material, que chamamos de resistividade ou resistência específica, em ohm.metro (Ω.m)

2.2.1 Resistividade Elétrica

A resistividade é um valor característico de cada material, e na verdade representa a resistência que um condutor desse material apresenta tendo 1m de comprimento e 1m^2 de área de seção transversal. A seguir será mostrada uma tabela com os valores de resistividade de alguns materiais:

Material	**$\rho(\Omega.m)$**
Cobre	$1{,}7.10^{-8}$
Alumínio	$2{,}9.10^{-8}$
Prata	$1{,}6.10^{-8}$
Mercúrio	98.10^{-8}
Platina	11.10^{-8}
Ferro	10.10^{-8}
Tungstênio	$5{,}6.10^{-8}$
Constantan	50.10^{-8}
Níquel-cromo	110.10^{-8}
Carbono	6000.10^{-8}
Zinco	6.10^{-8}
Níquel	10.10^{-8}

Tabela 1 – resistividade de alguns materiais elétricos

2.3 EQUIVALENTES PARA CIRCUITOS RESISTIVOS EM SÉRIE E/OU PARALELO

Agora que já foi apresentada a Lei de Ohm, pode-se definir uma ligação em série e paralelo entre elementos. Elemento são ditos ligados em *série* quando todos são percorridos pela mesma corrente. Já elementos ligados em paralelo, estão ligados ao mesmo terminal, com uma determinada diferença de potencial.

Na figura 2.3, os resistores R_1 e R_2, estão ligados em série, isto é, estão sendo percorridos pela mesma corrente elétrica. Já na figura 2.4, os resistores estão ligados em paralelo, possuindo entre eles a mesma diferença de potencial (tensão) entre seus terminais.

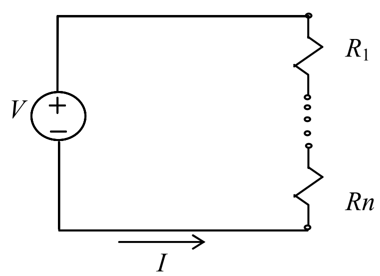


Fig. 2.3 – Associação em série de *n* resistores

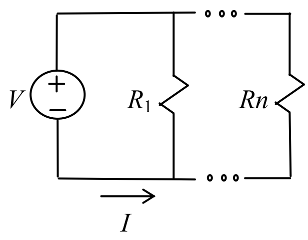


Fig. 2.4 – Associação em paralelo de *n* resistores

Tanto resistores em série, como resistores em paralelo podem ser substituídos, para fins de cálculo, por um único resistor, chamado de resistor equivalente série ou paralelo, respectivamente. E seus valores podem ser dados através das seguintes equações:

2.3.1 Resistor Série

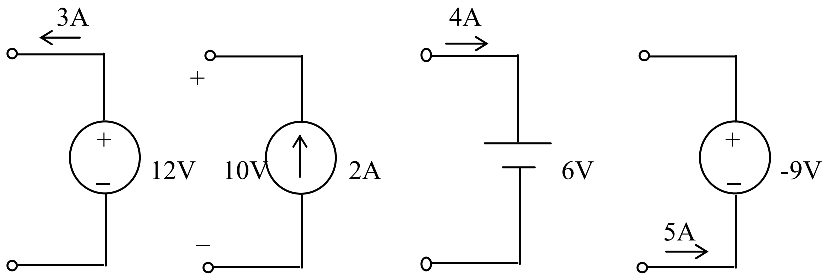
$R_{eq}=R_1+R_2+...+R_n$

2.3.2 Resistor em Paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+...+\frac{1}{R_n}$$

Exercícios:

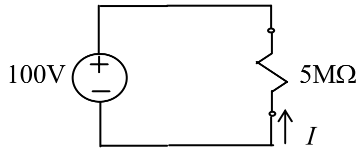
1. Calcule as potências a serem fornecidas pelas fontes mostradas.



2. Se uma corrente *I*= 0,4A está entrando pelo terminal positivo de uma bateria cuja tensão é *V*=12V, então a bateria está em processo de carga (está absorvendo ao invés de fornecer potência). Calcule (a) a energia fornecida à bateria e (b) a carga total entregue à bateria em 2h (horas). Note a consistência das unidades 1V=1J/C.

3. A tensão sobre um resistor de 10kΩ é 50V. Calcular:
   a. A condutância
   b. A corrente e
   c. A potência absorvida pelo resistor

4. Para o circuito abaixo, calcular a corrente I e a potência entregue ao resistor.



5. Calcular a resistência de um condutor de constantan que possui 5m de comprimento e área da seção transversal igual a $1{,}5mm^2$.

6. Calcular qual deve ser o diâmetro de um condutor circular de cobre para que apresente uma resistência de 2Ω, quando o comprimento do fio é 100m.

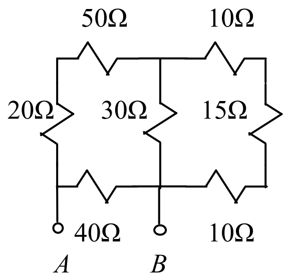
$$S=(\pi\phi^2)/4$$

7. Um condutor de níquel-cromo de 10m de comprimento e seção $0{,}5mm^2$ é submetido a uma tensão de 12V. Qual o valor da intensidade de corrente no condutor?

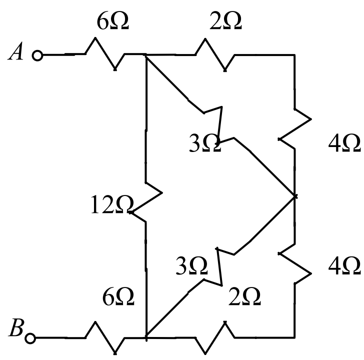
8. Calcular a tensão nos extremos de uma barra de cobre de 15m de comprimento e seção $12mm^2$, quando esta for percorrida por uma corrente de 130A. Qual a potência absorvida por esta barra de cobre?

9. Achar o resistor equivalente entre os pontos A e B dos circuitos abaixo:

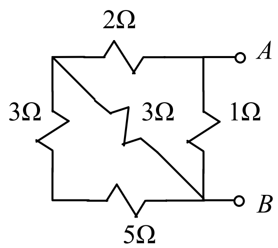
a)



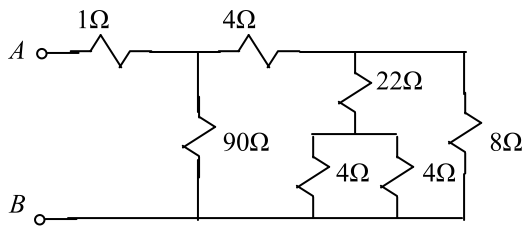
b)



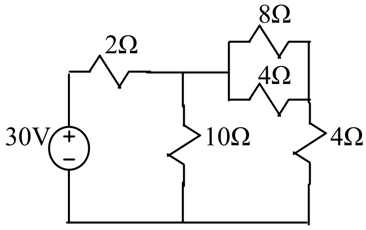
c)



d)



10. Se uma corrente de 4A sai da fonte de tensão V_i, no circuito abaixo, qual é o valor da potência fornecida por esta fonte?



CAPÍTULO 3 – LEIS DE KIRCHHOFF

Além da lei de Ohm, têm-se também duas leis estabelecidas pelo físico germânico Gustav Kirchhoff (1824-1887), que em conjunto com as características dos vários elementos dos circuitos, permitem sistematizar métodos de solução para qualquer rede elétrica. Estas duas leis são formalmente conhecidas como Lei de Kirchhoff das correntes (LKC) e lei de Kirchhoff das tensões (LKT).

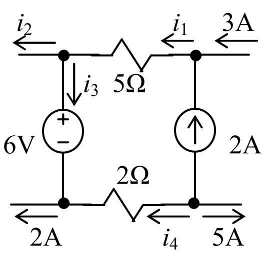
Um ponto de conexão de dois ou mais elementos de circuitos é chamado de nó. Enquanto que um percurso fechado de um circuito onde os elementos estão contidos é chamado de malha.

3.1 LEI DE KIRCHHOFF DAS CORRENTES

A lei de Kirchhoff das correntes (LKC) estabelece que:

A soma algébrica das correntes que entram em um nó qualquer é igual a soma das correntes que saem deste nó.

Exemplo: Dado o circuito abaixo, achar i_1 e i_2.



$3A+2A-i_1=0$
$i_1=3A+2A$
$i_1=5A$

$-2A-i_4-5A=0$
$i_4=-2A-5A$
$i_4=-7A$

$i_3-2A+i_4=0$
$i_3=2A-i_4$
$i_3=2A+7A$
$i_3=9A$

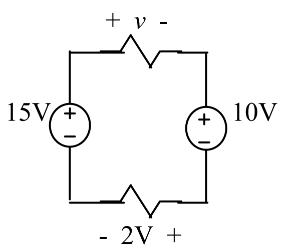
$i_1-i_2-i_3=0$
$i_2=i_1-i_3$
$i_2=1A-5A$
$i_2=-4A$

3.2 LEI DE KIRCHHOFF DAS TENSÕES

A lei de Kirchhoff das tensões (LKT) estabelece que:

A soma algébrica das tensões ao longo de qualquer percurso fechado é zero.

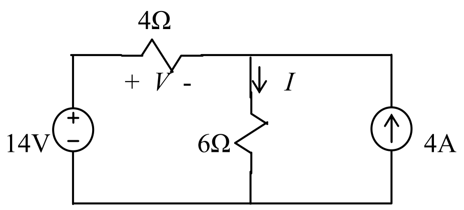
Exemplo:



$-15V+v+10V+2V=0$
$v=15V-10V-2V$
$v=3V$

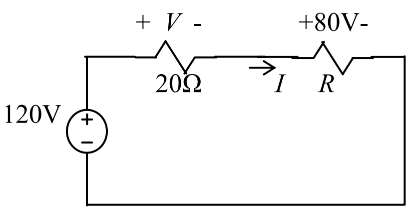
Exercícios:

1. Calcular a tensão V e a corrente I, dado o circuito abaixo:

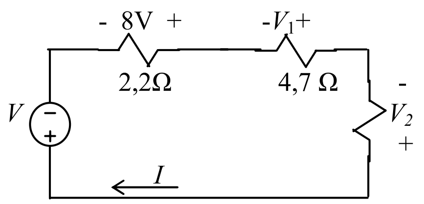


2. Determinar as grandezas desconhecidas nos circuitos mostrados abaixo:

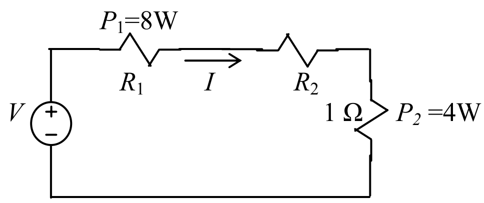
a)



b)

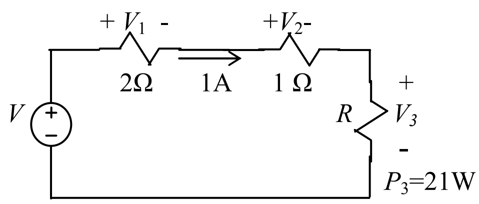


c)

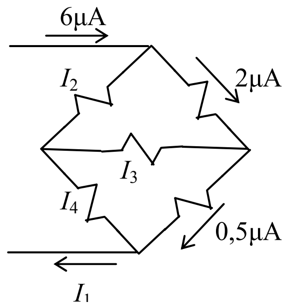


R_T=16 Ω

d)

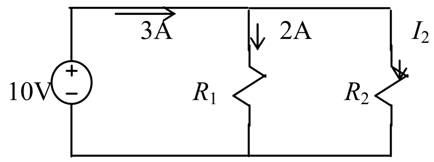


3. Usando a lei de Kirchhoff das correntes, encontrar o valor das correntes I_1, I_2, I_3 e I_4, para o circuito abaixo:

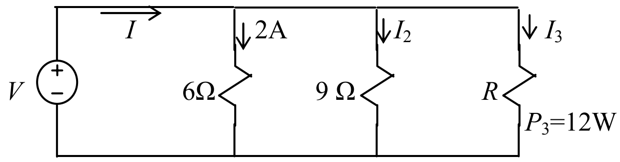


4. Determinar as grandezas desconhecidas nos circuitos mostrados abaixo:

a)

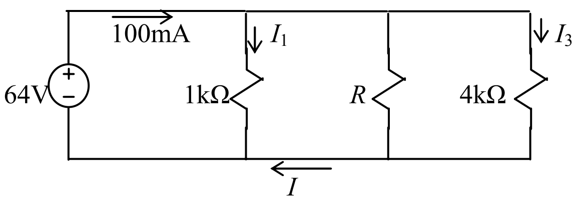


b)

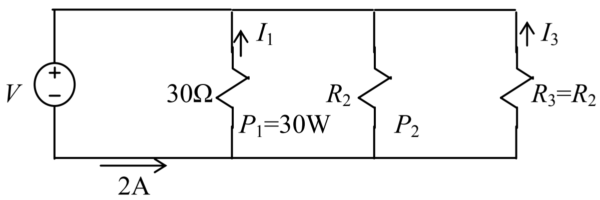


R_T=

c)



d)



3.3 DIVISOR DE TENSÃO

Considerando as leis de Ohm e Kirchhoff vistas aqui, esta seção começará com circuitos simples, descritos por uma única equação, para demonstrar alguns procedimentos de análise.

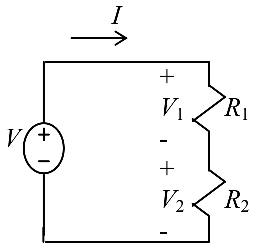


Fig. 3.1 – Circuito de laço único

A figura 3.1 é composta de dois resistores e uma fonte independente de tensão. O primeiro passo no procedimento de análise será o de atribuir correntes e tensões em todos os elementos da rede. Pode-se escolher arbitrariamente a direção (sentido horário ou anti-horário) percorrida pela corrente *i*. Pode-se, então fazer a aplicação da LKT:

$$V=V_1+V_2$$

onde pela lei de Ohm

$$V_1=R_1I \text{ e } V_2=R_2I$$

Combinado estas equações:

$$V=R_1I+R_2I$$

Isolando a corrente I, fica

$$I=\frac{V}{R_1+R_2}$$

Substituindo este valor nas equações da lei de Ohm, pode-se obter:

$$V_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}V \qquad \text{e} \qquad V_2=\frac{R_2}{R_1+R_2}V$$

O potencial V da fonte divide-se entre as resistências R_1 e R_2 em proporção direta ao valor de suas resistências, demonstrando o princípio da divisão de tensão para dois resistores em série. Por esta razão, o circuito da figura 3.1 é dito um divisor de tensão.

Considerando a análise para um circuito com N resistores em série e uma fonte de independente de tensão, tem-se:

$$V_N=\frac{R_N}{R_s}\cdot V\,,$$

onde $$R_s=\sum_{n=1}^{N}R_n$$

3.4 DIVISOR DE CORRENTE

Outro circuito simples importante é o circuito com um só par de nós. Elementos são conectados em paralelo quando a mesma tensão é comum a todos eles. Na figura 3.2 pode-se ver o circuito com um só par de nós, formado por dois resistores em paralelo e uma fonte de corrente independente, todos com a mesma tensão V.

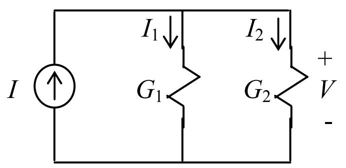


Fig. 3.2 – Circuito com um só par de nós.

Aplicando a LKC ao nó superior,

$$I = I_1 + I_2$$

onde, pela lei de Ohm

$$I_1 = G_1 V \text{ e } I_2 = G_2 V$$

Combinando estas equações:

$$I = G_1 V + G_2 V$$

Isolando a tensão V:

$$V = \frac{I}{G_1 + G_2}$$

Substituindo este valor nas equações da lei de Ohm, pode-se obter:

$$I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} \cdot I \qquad \text{e} \qquad I_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} I$$

Ou, em termos de valores de resistências, e não de condutâncias:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \qquad \text{e} \qquad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

Considerando a análise para um circuito com N resistores em série e uma fonte de independente de tensão, tem-se:

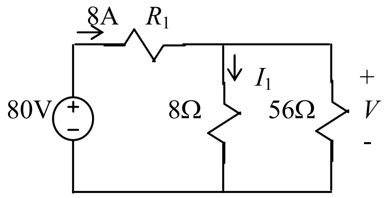
$$I_N = \frac{R_p}{R_N} I \text{ ,}$$

onde

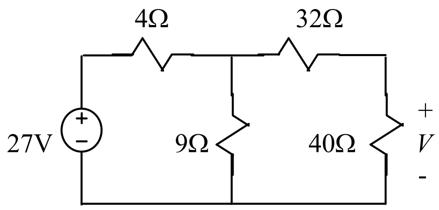
$$\frac{1}{R_p} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{R_n}$$

Exercícios:

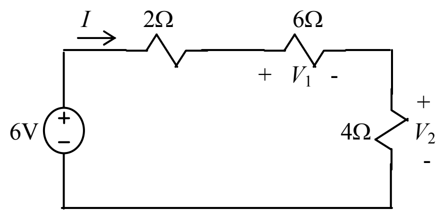
1. Encontrar o valor da corrente I_1 e tensão V_2; usar os resultados para achar R_1.



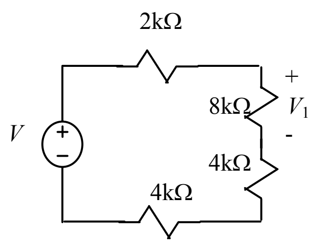
2. Calcular V, dado o circuito abaixo:



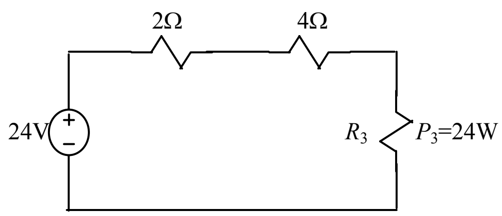
3. Calcular as tensões V_1, V_2 e a corrente I, para o circuito abaixo:



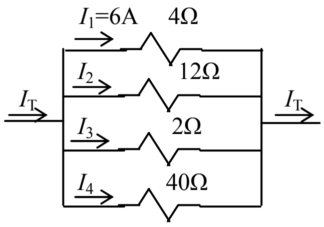
4. No divisor de tensão mostrado, a potência entregue pela fonte é de 8mW, calcular as tensões V e V_1.



5. Encontrar o valor da resistência R para o circuito abaixo:

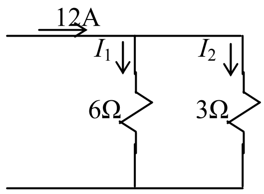


6. Em relação ao circuito abaixo, encontrar as correntes, I_T, I_1, I_2, I_3 e I_4.

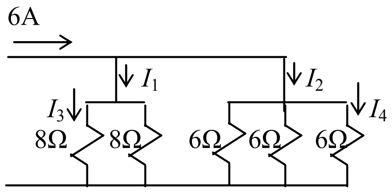


7. Usando divisor de corrente, encontrar as correntes desconhecidas para os seguintes circuitos:

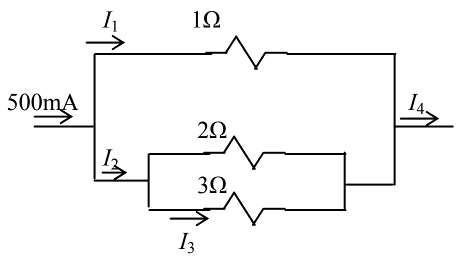
a)



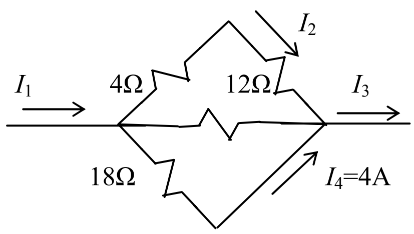
b)



c)



d)



CAPÍTULO 4 – MÉTODOS DE ANÁLISE DE CIRCUITOS

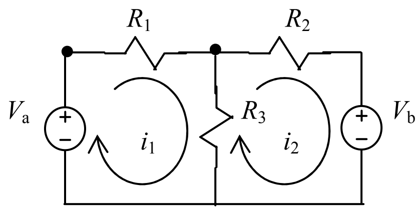
Neste capítulo, será considerado a formulação de métodos sistemáticos para equacionar e solucionar as equações que aparecem na análise de circuitos mais complicados. Serão vistos dois métodos gerais, um baseado originalmente na lei de Kirchhoff das correntes e outro na lei de Kirchhoff das tensões. Geralmente a LKC conduz a equações cujas variáveis desconhecidas são tensões, enquanto a LKT conduz equações onde a variáveis desconhecidas são correntes.

4.1 ANÁLISE DE MALHAS

Nesta secção será visto o método conhecido como análise de malhas, no qual se aplica a LKT em volta de um percurso fechado do circuito. Neste caso as incógnitas normalmente serão as correntes.

Exemplo:

Como exemplo, será mostrado uma análise para o circuito abaixo:



V_a=9A;
$R_1 = 2\Omega$;
V_b=-5A;
$R_2 = 4\Omega$;

$R_3 = 3\Omega$;

i_3=i_1-i_2

$$\begin{cases} V_a = i_1R_1 + i_3R_3 \\ -V_b = i_2R_2 + -i_3R_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_a = i_1R_1 + (i_1 - i_2)R_3 \\ -V_b = -R_3(i_1 - i_2) + i_2R_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_a = i_1(R_1 + R_3) - i_2R_3 \\ -V_b = -R_3i_1 + i_2(R_2 + R_3) \end{cases}$$

REGRA DE CRAMER

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (R_1 + R_3) & -R_3 \\ -R_3 & (R_2 + R_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \end{bmatrix}$$

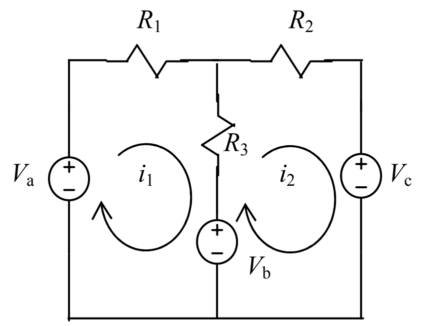
Determinante de coef.: $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 7 \end{vmatrix} = 26$

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 9 & -3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{78}{26} \qquad i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 9 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{52}{26}$$

i_1=3V; i_2=2V

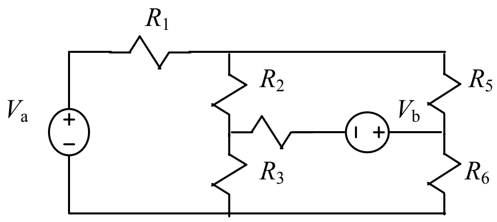
Exercícios:

1. Usando análise de malhas, encontrar i_1 e i_2 para o circuito abaixo:

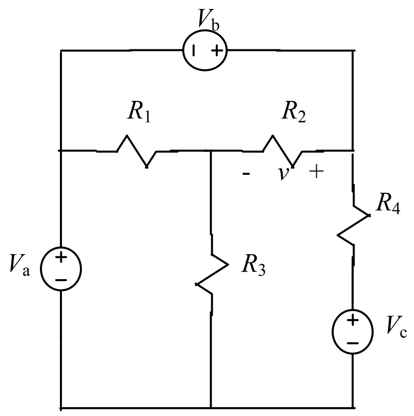


V_a=16V	R_1=2Ω
V_b=9V	R_2=6Ω
V_c=6V	R_3=3Ω

2. Dado o circuito abaixo determinar as equações de malha.

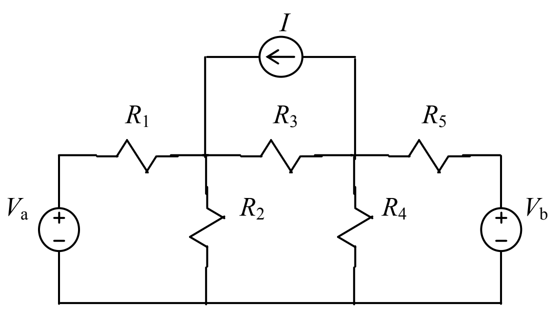


3. Através da análise de malhas, encontrar a tensão v para o circuito abaixo:



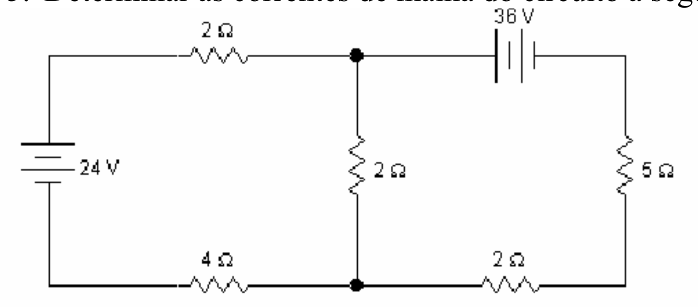
V_a=4V	R_1=3Ω
V_b=24V	R_2=6Ω
V_c=30V	R_3=4Ω
	R_4=8Ω

4. Usando análise de malhas, calcular a corrente i.

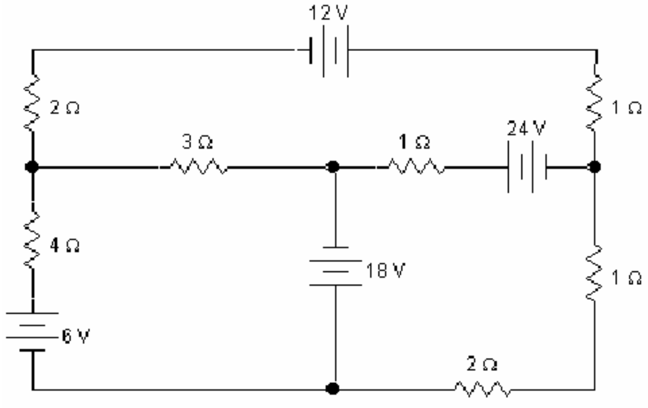


I=1A	R_1=4Ω
V_a=24V	R_2=4Ω
V_b=8V	R_3=2Ω
	R_4=4Ω
	R_5=4Ω

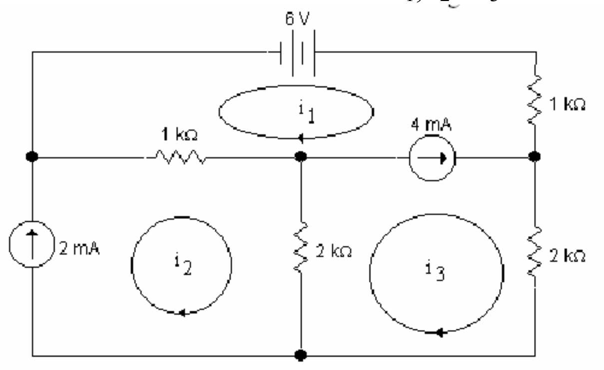
5. Determinar as correntes de malha do circuito a seguir.



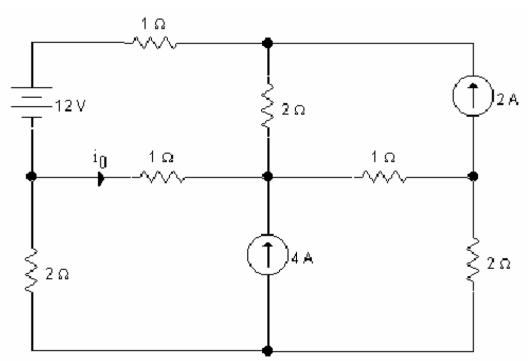
6. Determinar as correntes de malha do circuito a seguir.



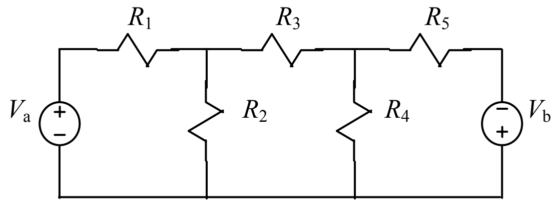
7. Determinar as correntes de i_1, i_2 e i_3 do circuito abaixo.



8. Determinar a corrente i_0 através do método das correntes de malha.

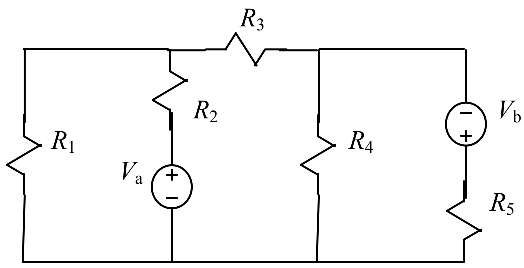


9. Encontrar as correntes I_1, I_2 e I_3, para o circuito abaixo:



V_a=20V
V_b=5V
R_1=2Ω
R_2=3Ω
R_3=4Ω
R_4=5Ω
R_5=6Ω

10. Calcular as correntes de malha para o circuito abaixo:



V_a=-18V
V_b=-3V
R_1=2,2kΩ
R_2=9,1kΩ
R_3=7,5kΩ
R_4=6,8kΩ
R_5=3,3kΩ

4.2 ANÁLISE NODAL

A análise nodal consiste em um método de análise de circuitos nos quais tensões são as incógnitas a serem determinadas. Desde que uma tensão é definida como existindo entre dois nós, é conveniente escolher um nó na rede para ser o “nó de referência” e então associar uma tensão ou um potencial como cada um dos outros nós. Freqüentemente o nó de referência é escolhido como aquele onde está conectado o maior número de ramos, e chamado como terra. O nó de referência está, então, no potencial do terra ou no potencial zero e os outros nós podem ser considerados como um potencial acima de zero.

As tensões sobre os elementos podem ser uma tensão de nó (se um nó do elemento está aterrado) ou a diferença de potencial entre dois nós, como mostra o exemplo abaixo.

Como exemplo pode-se observar a figura 4.1, onde o nó de referência é o nó 3 com potencial zero ou de terra. Os nós 1 e 2 são tensões de nó v_1 e v_2.

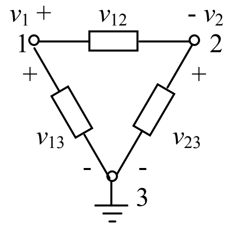


Fig. 4.1 – Circuito com um só par de nós.

Então v_{12}, com a polaridade mostrada, é:

$$v_{12}=v_1-v_2$$

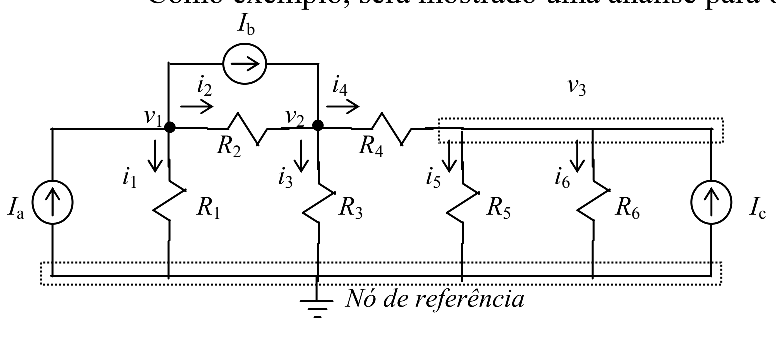
As tensões nos outros elementos são:

$$v_{13} = v_1-0 = v_1 \text{ e } v_{23} = v_2-0 = v_2$$

Para finalizar a análise, será aplicada a LKC para cada nó de não-referência para obter as equações nodais, e então escolher um método de solução simultânea de equações. Entre estes métodos podem ser citados: a regra de Cramer, que emprega determinantes e a eliminação de Gauss.

Exemplo:

Como exemplo, será mostrado uma análise para o circuito abaixo:



I_a=7A; $R_1 = \frac{1}{3}\Omega$;

I_b=5A; $R_2 = 1\Omega$;

I_c=17A $R_3 = \frac{1}{3}\Omega$;

$R_4 = \frac{1}{2}\Omega$;

$R_5 = 1\Omega$;

$R_6 = \frac{1}{4}\Omega$

nó 1: $I_a - i_1 - i_2 - I_b = 0$

nó 2: $I_b + i_2 - i_3 - i_4 = 0$

nó 3: $i_4 - i_3 - i_6 + I_c = 0$

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1} = v_1 G_1 \qquad i_4 = \frac{v_2 - v_3}{R_4} = (v_2 - v_3)G_4$$

$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2} = (v_1 - v_2)G_2 \qquad i_5 = \frac{v_3}{R_5} = v_3 G_5$$

$$i_3 = \frac{v_2}{R_3} = v_2 G_3 \qquad i_6 = \frac{v_3}{R_6} = v_3 G_6$$

$$\begin{cases} I_a = v_1 G_1 + (v_1 - v_2)G_2 + I_b \\ I_b = v_2 G_3 + (v_2 - v_3)G_4 - (v_1 - v_2)G_2 \\ I_c = v_3 G_6 + v_3 G_5 - (v_2 - v_3)G_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_a - I_b = v_1(G_1 + G_2) - v_2 G_2 \\ I_b = -v_1 G_2 + v_2(G_3 + G_4 + G_2) - v_3 G_4 \\ I_c = -v_2 G_4 + v_3(G_6 + G_5 + G_4) \end{cases}$$

REGRA DE CRAMER

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (G_1 + G_2) & -G_2 & 0 \\ -G_2 & (G_2 + G_3 + G_4) & -G_4 \\ 0 & -G_4 & (G_4 + G_5 + G_6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a - I_b \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 17 \end{bmatrix}$$

Determinante de coef.:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 7 \end{vmatrix} = 145$$

$$v_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 6 & -2 \\ 17 & -2 & 7 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{145}{145} \qquad v_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 & 0 \\ -1 & 5 & -2 \\ 0 & 17 & 7 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{290}{145}$$

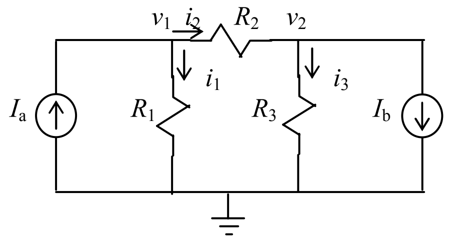
$$v_3 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 \\ -1 & 6 & 5 \\ 0 & -2 & 17 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{435}{145}$$

v_1=1V; v_2=2V e v_3=3V

Exercícios:

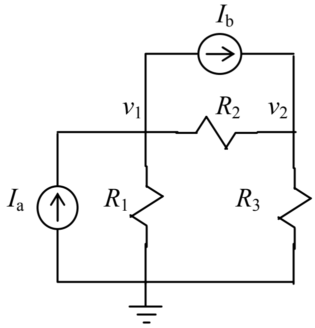
1. Usando análise nodal, calcular v_1 e v_2 dos respectivos circuitos:

   a.



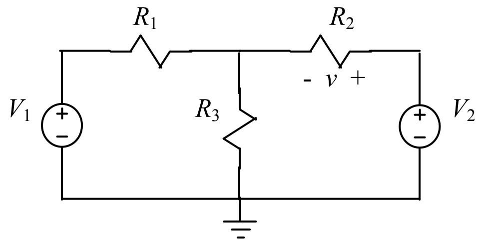
I_a=1A
I_b=-2A
R_1=4Ω
R_2=4Ω
R_3=8Ω

   b.



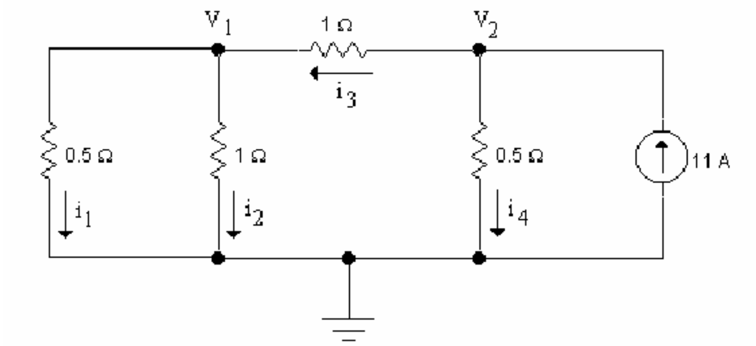
I_a=4A
I_b=7A
R_1=4Ω
R_2=8Ω
R_3=12Ω

2. Calcular a tensão v, dado o circuito abaixo:

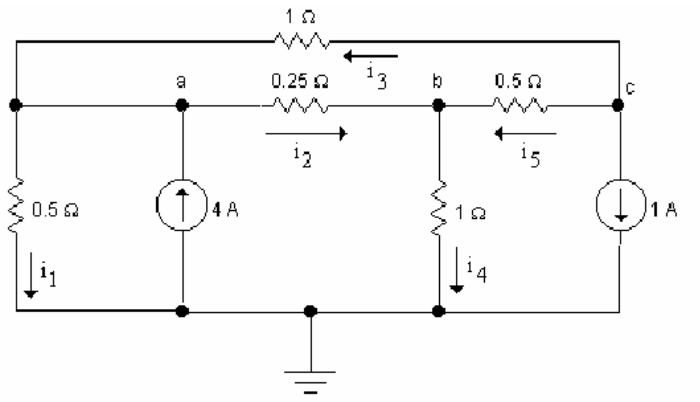


V_1=4V
V_2=30V
R_1=3Ω
R_2=6Ω
R_3=4Ω

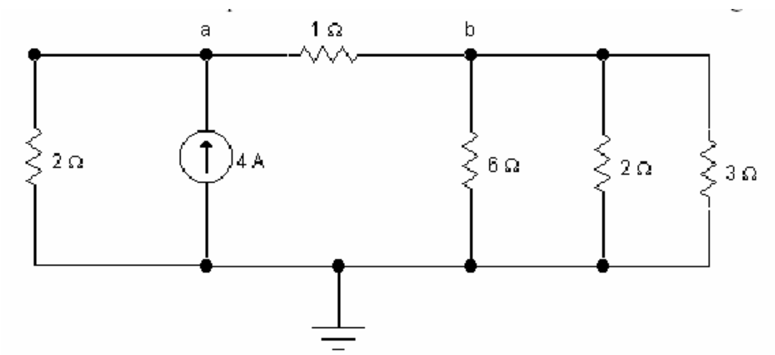
3. Usando o método tensão-nó, calcular V_1, V_2 , i_1, i_2, i_3 e i_4 do circuito a seguir.



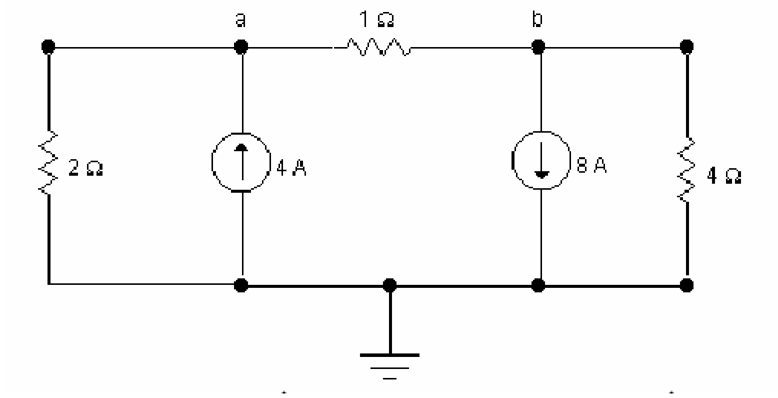
4. Usando o método tensão-nó, calcular V_a, V_b , V_c , i_1, i_2, i_3, i_4 e i_5 do circuito a seguir.



5. Usar análise nodal para determinar as tensões nos nós do circuito a seguir.



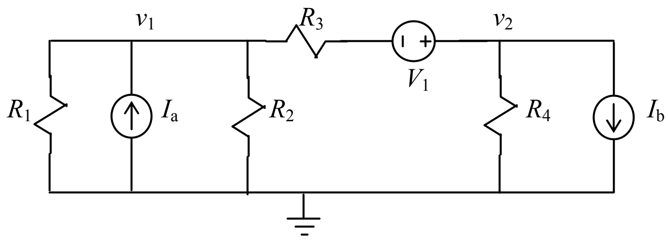
6. Usar a análise nodal para determinar todas as correntes nos ramos do circuito da figura a seguir:



7. Resolver o exercício 4 de análise de malhas por análise nodal.

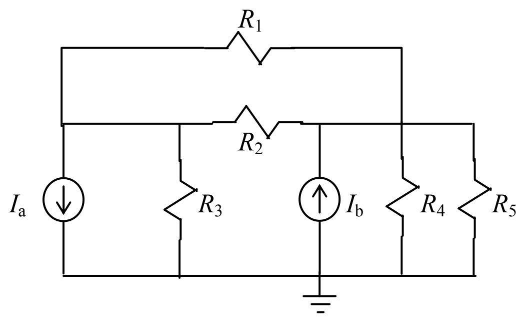
8. Determinar as tensões de nós para os circuitos abaixo:

a)



I_a=5A
I_b=4A
V_1=12V
R_1=3Ω
R_2=3Ω
R_3=3Ω
R_4=3Ω

b)



I_a=6A
I_b=7A
R_1=2Ω
R_2=3Ω
R_3=5Ω
R_4=4Ω
R_5=8Ω

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1 JOHNSON, DE; HILBURN, JL; JOHNSON, JR. Fundamentos de Análise de Circuitos Elétricos. Rio de Janeiro:Livros Técnicos e Científicos Editora SA, 4 Ed., 2000.

2 BOYLESTAD, RL. Introdução a Análise de Circuitos. Prentice-Hall do Brasil, 8ª Edição, 1998.

3 BONJORNO, JR; RAMOS, C. Temas de Física. FTD, São Paulo, 1997.

4 GASPAR, A. Física, vol. 3. Ática, São Paulo, 2005.

5 GUSSOW, M. Eletricidade Básica. Coleção Schaum. Makron Books, 2ªEdição, 2007.

6 LOURENÇO, AC; CRUZ, ECA E CHOUERI JÚNIOR, S. Circuitos em Corrente Contínua. 5ª Edição, 2002.

ANEXO I -EXCITAÇÃO SENOIDAL

Uma excitação senoidal é dada da forma: $v(t) = V_m sen(\omega t + \varphi)$, onde:

v(t): Tensão instantânea [V];
V_m: Amplitude da senóide [V];
ω: Frequência angular, onde $\omega = 2\pi f$ [rad/s];
f: Freqüência dada em Hertz, onde $f = \frac{1}{T}$ [Hz];

T: Período de tempo na qual a onda repete seu valor, sendo $v(t) = v(t + T)$, e dado em segundos [s];
φ: Ângulo de fase, que é o deslocamento da onda em relação ao seu eixo, dado em graus [º].

Um exemplo de uma onda com excitação senoidal, dada pela função seno, é mostrada na figura 3.1.

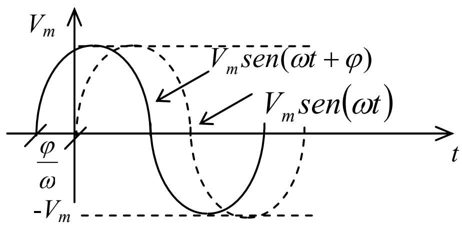


Fig. 3.1 – Gráfico da expressão senoidal $v(t) = V_m.\text{sen}(2.\pi.f.t + \varphi)$

Outro modo de expressar uma excitação senoidal é na forma de uma função cosseno, como mostra a figura 3.2.

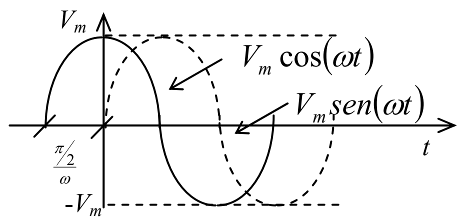


Fig. 3.2 – Gráfico da expressão senoidal $v(t) = V_m.\cos(2.\pi.f.t)$

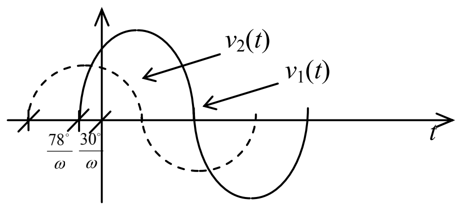
Pois a expressão da função cosseno, nada mais é que, a expressão da função seno, deslocada de $\frac{\pi/2}{\omega}$ segundos:

cos(ωt)=sen(ωt+π/2)
sen(ωt)=cos(ωt-π/2)

Exemplo: Quanto a senóide $v_1(t) = \cos(2t + 30^\circ)$ está defasada de $v_2(t) = -2sen(2t + 18^\circ)$?

$$-sen(\omega t) = sen(\omega t + 180^\circ)$$

$$v_2(t) = 2sen(2t + 18^\circ + 180^\circ) = 2\cos(2t + 18^\circ + 180^\circ + 90^\circ)$$
$$v_2(t) = 2\cos(2t + 108^\circ)$$



I.1 RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Para o gráfico da figura 3.3, pode se tirar as seguintes relações:

$B = \sqrt{A^2 + B^2}\,sen(\varphi)$ e $A = \sqrt{A^2 + B^2}\cos(\varphi)$;

$\frac{B}{A} = \frac{sen(\varphi)}{\cos(\varphi)} = \tan(\varphi)$ $\rightarrow$ $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$

$$A\cos(\omega t) + Bsen(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2}\cos(\omega t + \varphi)$$

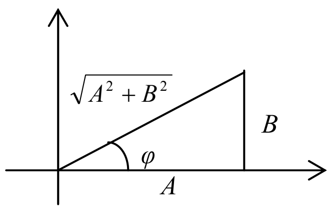


Fig. 3.3 – Relações Trigonométricas

I.2 RELAÇÃO COM NÚMEROS COMPLEXOS

Lembrando que um número complexo N_c, pode ser representado no plano cartesiano como mostra a figura 3.4, sua representação matemática é dada por:

$N_c = A + jB$

Sendo: $B = \sqrt{A^2 + B^2}\,sen(\varphi)$ e $A = \sqrt{A^2 + B^2}\cos(\varphi)$;

Onde: $\sqrt{A^2 + B^2} = |N_c|$ e $\tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) = \angle N_c = \varphi$

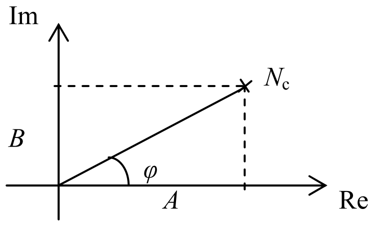


Fig. 3.4 – Representação de um número complexo no plano cartesiano.

A representação deste número na forma polar é dada por:

$$|N_c|\cos(\varphi) + j|N_c|sen(\varphi) = |N_c|e^{j\varphi}$$

Exercícios:

1. Calcular o período das seguintes senóides:
a) $4\cos(5t + 33^\circ)$
b) $\cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) + 3sen\left(2t - \frac{\pi}{6}\right)$
c) $6\cos(2\pi t)$

2. Calcular a amplitude e a fase da seguinte senóide:

a) $3\cos(2t) + 4sen(2t)$

3. Dada a tensão $v(t) = 100\cos(400\pi t + 45^\circ)$, deerminar:

a) sua amplitude;
b) seu período;
c) seu ângulo de fase, em radianos e graus;
d) sua freqüência, em Hertz e rad/s;
e) quantos graus ela está adiantada ou atrasada da corrente $i(t) = 2\cos(400\pi t - 17^\circ)$A.

4. Converter as seguintes funções para funções cosseno com amplitudes positivas:

a) $6sen(2t + 15^\circ)$;
b) $-2\cos(4t + 10^\circ)$;
c) $8\cos(5t) - 15sen(5t)$.

5. Determinar a defasagem de $v_1(t)$ em relação a $v_2(t)$.

a) $v_1(t) = 3\cos(4t - 30^\circ)$, $v_2(t) = 5sen(4t)$;

b) $v_1(t) = 10\cos(4t)$, $\qquad v_2(t) = 5\cos(4t) + 12sen(4t)$;

c) $v_1(t) = 20(\cos(4t) + 83sen(4t))$, $\qquad v_2(t) = 3\cos(4t) + 4sen(4t)$;

ANEXO II - FASORES

Uma senóide também pode ser representada pela forma fasorial. Se $v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$, então V fasorial será dada por

$$\dot{V} = V_m e^{j\varphi} = V_m \angle \varphi$$

Como $v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi) = \mathrm{Re}\left[V_m e^{j(\omega t + \varphi)}\right] = \mathrm{Re}\left[V_m e^{j\varphi} e^{j\omega t}\right]$, então:

Neste caso, trabalha-se com o número complexo inteiro (parte real e imaginária), pois assim o valor fica uma forma mais compacta; só no valor final é retirada a parte real do número complexo.

Exemplo 1: Fazer a soma das duas tensões alternadas, $v_1(t)$=8cos(2t+30º) e $v_2(t)$=2cos(2t+15º).

$v_1(t) + v_2(t) = 8\cos(2t + 30^\circ) + 4\cos(2t + 15^\circ)$, passando para relação fasorial:

$$\dot{V}_1 + \dot{V}_2 = 8e^{j30} + 4e^{j15} = 4 + j6{,}928 + 1{,}035 + j3{,}86$$
$$\dot{V} = 10{,}79 + j5{,}035 = 11{,}9\angle 65^\circ$$
$$v(t) = 11{,}9\cos(2t + 65^\circ)$$

II.1 RELAÇÃO TENSÃO-CORRENTE PARA FASORES

A relação tensão corrente para fasores é similar a lei de Ohm para resistores. Porém neste caso, esta relação é conhecida como IMPEDÂNCIA.

$$\frac{\dot{V}}{\dot{I}} = \dot{Z} = \frac{V_m \angle \varphi}{I_m \angle \phi} \Rightarrow \dot{Z} = \frac{V_m}{I_m} \angle(\varphi - \phi)$$

II.2 IMPEDÂNCIA E ADMITÂNCIA

A impedância segue as mesmas regras que a resistência em um circuito resistivo, e por ter como unidade a relação volts por ampéres, é medida em ohms. E pode ser escrita na forma retangular por:

$$\dot{Z} = R + jX,$$

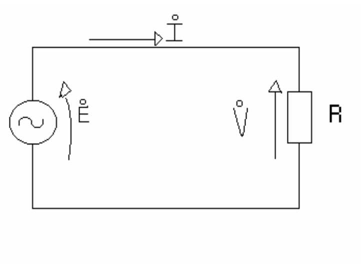
Onde $\mathrm{Re}\left[\dot{Z}\right]$ é a componente resistiva, e $X = \mathrm{Im}\left[\dot{Z}\right]$ é a componente reativa, ou reatância.

$$\left|\dot{Z}\right| = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \text{e} \qquad \angle\dot{Z} = \varphi = arctg\left(\frac{X}{R}\right)$$

$$R = \left|\dot{Z}\right|\cos\varphi \qquad \text{e} \qquad X = \left|\dot{Z}\right| sen\varphi$$

No caso de um resistor, a impedância é puramente resistiva, sendo sua reatância zero. Impedâncias de indutores e capacitores são reatâncias puras, tendo a componente resistiva zero.

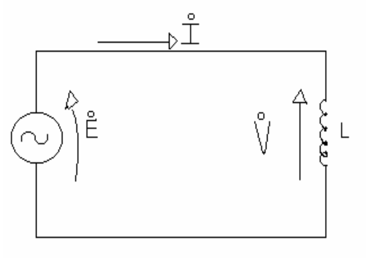
a) Circuito Puramente Resistivo :



$$\dot{E} = \dot{V} \qquad \dot{I} = \frac{\left|\dot{V}\right|}{R}\angle 0^o = \frac{\left|\dot{E}\right|}{R}\angle 0^o$$

$$\dot{E} = \left|\dot{E}\right|\angle 0^o$$

b) Circuito Puramente Indutivo :

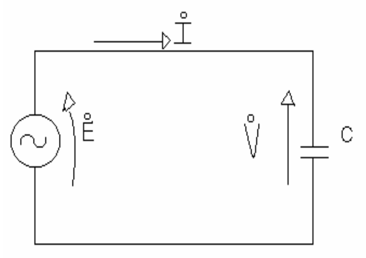


$$\dot{E} = \dot{V} = \left|\dot{E}\right|\angle 0^o = \left|\dot{V}\right|\angle 0^o$$

$$\dot{Z}_L = j\omega L \quad \dot{Z}_L = jX_L$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{jX_L} = \frac{\left|\dot{V}\right|}{jX_L}\angle 0^o \cdot \frac{j}{j} = \frac{-j.\left|\dot{V}\right|}{X_L}\angle 0^o = \frac{\left|\dot{V}\right|}{X_L}\angle -90^o \Rightarrow$$ Corrente atrasada de 90º em relação à tensão

c) Circuito Puramente Capacitivo :



$\dot{E} = \dot{V} = |\dot{E}| \underline{/0^o} = |\dot{V}| \underline{/0^o}$

$\dot{Z}_C = -jX_C = \frac{1}{j\omega C}.\frac{j}{j} = -j\frac{1}{\omega C} = -jX_C$

$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{-jX_C} = \frac{-|\dot{V}|}{jX_C} \underline{/0^o} \cdot \frac{j}{j} = \frac{j.|\dot{V}|}{X_C} \underline{/0^o} = \frac{|\dot{V}|}{X_C} \underline{/90^o} \Rightarrow$ Corrente adiantada de 90º em relação a tensão

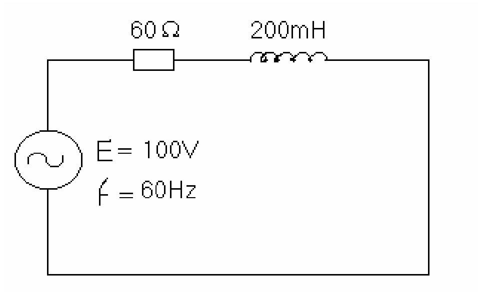
Portanto , no caso geral, pode-se dizer que, se X=0 o circuito é puramente resistivo, já se X>0, o circuito é puramente indutivo; e se X<0, é o caso em que o circuito e puramente capacitivo.

Obs.: As associações de impedância são feitas da mesma forma que as associações de resistências:

SÉRIE: $\dot{Z}_S = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + ... + \dot{Z}_N$

PARALELO: $\frac{1}{\dot{Z}_P} = \frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} + ... + \frac{1}{\dot{Z}_N}$

Exemplo 2 : Para o circuito a seguir, calcular a corrente e as quedas de tensão, montado o diagrama fasorial.



$X_L = 2\pi fL = 2\pi.60.200.10^{-3} = 75{,}4\Omega$

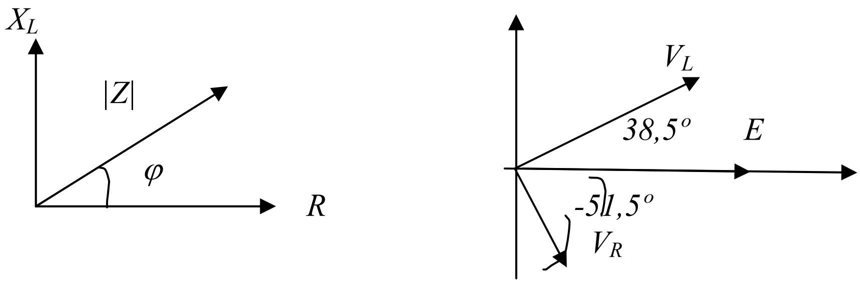
$|Z| = \sqrt{R^2 + X_L{}^2} = \sqrt{60^2 + 75{,}4^2} = 96{,}4\Omega$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{60}{96{,}4} = 0{,}622 \qquad \varphi = 51{,}5^o$$

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{100}{96{,}4\angle 51{,}5°} = 1{,}04\angle -51{,}5°A$$

$$V_R = R.I = 60.1{,}04\angle -51{,}5° = 62{,}4\angle -51{,}5°V$$

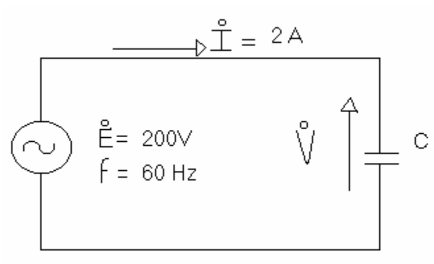
$$V_L = X_L.I = 75{,}4\angle 90°.1{,}04\angle -51{,}5° = 78{,}4\angle 38{,}5°V$$



Exercícios:

1. Calcular o valor da corrente num circuito puramente capacitivo, onde a capacitância é 20 µF, e a tensão aplicada 110V/60Hz. Esboce as Respostas Fasorial e Temporal.

2. Determinar o valor da capacitância no circuito abaixo:



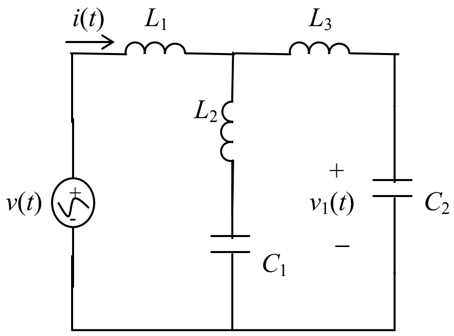
3. No circuito abaixo, a fonte possui freqüência ajustável. Calcule o valor da corrente para as seguintes freqüências.

a) 250 Hz
b) 60 Hz
c) 20 Hz
d) 0 Hz (Tensão Contínua)

4. Um circuito C.A. com *RL* em série tem uma corrente de 1A de pico com R= 50 Ω e X_L = 50Ω . Calcular V_R, V_L, E. Faça o diagrama de fasores entre E e I. Faça também o diagrama de tempo de $i(t)$,$v_R(t)$,$v_L(t)$ e $e(t)$.

5. Um circuito *RC* em série tem uma corrente de pico de 1A com R=50Ω e X_C=120Ω. Calcule V_R,V_C, E. Faça o diagrama de fasores de E e I. Desenhe também o diagrama de tempo $i(t)$,$v_R(t)$, $v_C(t)$ e $e(t)$.

6. Calcular os valores de $i(t)$ e $v(t)$.



$v(t)$=4cos(1000t)V

L_1=0,05H

L_2=0,2H

L_3=0,1H

C_1=10μF

C_2=2,5μF